

Effetto Hall: una tensione di lato rivela i portatori di carica

Scheda breve

Materia e livello: Fisica, scuola secondaria di secondo grado, secondo biennio o quinto anno secondo il programma della classe.

Una corrente percorre una lamina; un campo magnetico la attraversa. Fra i due bordi laterali compare una piccola tensione: è l'effetto Hall. Seguendo il moto delle cariche possiamo capire perché nasce, da che cosa dipende e come si usa per misurare un campo magnetico.

Un'attività su dati sintetici insegna a distinguere il segnale Hall da una tensione di fondo.

Obiettivi: descrivere la separazione laterale delle cariche; ricavare il modulo della tensione Hall; ragionare sulla polarità dopo aver fissato i collegamenti; leggere pendenza e intercetta di un grafico.

Prerequisiti: corrente convenzionale, differenza di potenziale, campo elettrico, forza magnetica su una carica, proporzioni e notazione scientifica. La velocità di deriva viene richiamata nel testo; non servono derivate.

Tempo indicativo: due lezioni da 50 minuti, con una parte degli esercizi a casa. Attività svolgibile interamente su carta o con un foglio di calcolo, senza apparecchiature.

Revisione docente e prova in classe: aperte

1. Una domanda che la corrente, da sola, non risolve

Il verso convenzionale della corrente è quello in cui si muoverebbero cariche positive. In un filo metallico, però, gli elettroni hanno un moto medio nel verso opposto. Il solo valore della corrente non distingue questi due racconti microscopici: una carica negativa che va a sinistra contribuisce a una corrente verso destra.

Il campo magnetico offre un'informazione in più. Devia lateralmente i portatori in moto e crea uno squilibrio di carica sui bordi del campione. Nasce così una tensione trasversale, cioè misurata di lato rispetto alla corrente. Nel modello più semplice, la sua polarità permette di distinguere portatori negativi e positivi.

Questo fenomeno, scoperto da Edwin Hall nel 1879, non coincide con la caduta di tensione lungo il conduttore. Per misurarlo occorrono contatti laterali, non soltanto i due morsetti da cui entra ed esce la corrente.

2. Fissiamo la geometria prima dei segni

Immagina una lamina rettangolare vista dall'alto. La corrente convenzionale va da sinistra a destra, lungo l'asse x . Il bordo alto è nella direzione positiva dell'asse y ; il bordo basso è nella direzione negativa. Il campo magnetico B è perpendicolare alla lamina ed esce dal foglio, lungo l'asse z positivo.

La larghezza **w** è la distanza fra bordo alto e bordo basso. Lo spessore **t** si misura attraverso la lamina, nella direzione del campo magnetico. La sezione attraversata dalla corrente è quindi **A = w t**: non è la superficie della lamina vista dall'alto.

Definiamo la tensione con una convenzione precisa:

$$V_H = V_{\text{alto}} - V_{\text{basso}}.$$

Il puntale rosso del voltmetro è collegato al bordo alto e quello nero al bordo basso. Una lettura positiva significa soltanto che il bordo alto è a potenziale maggiore: il significato fisico del segno dipende anche dal verso della corrente e del campo.

3. Come nasce il campo elettrico laterale

Su un portatore agisce la forza magnetica **F_B = q (v × B)**. Per valutarne il verso bisogna considerare sia la velocità sia il segno della carica. Per gli elettroni non basta applicare la regola della mano destra e fermarsi lì: il segno negativo inverte il risultato del prodotto vettoriale.

Nella geometria scelta gli elettroni hanno velocità media verso sinistra e la forza magnetica li spinge verso il bordo basso. In basso si accumula una piccola carica negativa; in alto rimane un eccesso relativo di carica positiva. Si forma un campo elettrico laterale diretto dall'alto verso il basso. La forza elettrica sugli elettroni, opposta al campo, è diretta verso l'alto.

La separazione cresce finché, in regime stazionario, le due forze laterali si bilanciano. Non serve che tutti gli elettroni si fermino: la corrente longitudinale continua a scorrere. È il moto medio trasversale a risultare nullo.

Indicando con **v_d** il modulo della velocità di deriva e con **e** il valore assoluto della carica dell'elettrone, il bilancio dei moduli è:

$$e E_H = e v_d B, \text{ dunque } E_H = v_d B.$$

Questa scrittura vale per la geometria perpendicolare descritta. Il campo elettrico Hall non è il campo longitudinale che mantiene la corrente: ha una direzione diversa e nasce dalla separazione laterale delle cariche.

4. La formula: perché conta lo spessore

Se **n** è il numero di portatori per unità di volume e ogni portatore ha carica di modulo **e**, la corrente vale:

$$I = n e A v_d = n e w t v_d.$$

Nel modello uniforme, il modulo della tensione fra i bordi è **|V_H| = E_H w**. Sostituendo il bilancio delle forze e poi la corrente otteniamo:

$$|V_H| = v_d B w = I B / (n e t).$$

Nelle formule dei moduli **I** e **B** sono quantità positive. Per i calcoli di questa lezione usiamo **e ≈ 1,60 × 10⁻¹⁹ C**; **n** si esprime in m⁻³ e **t** in metri.

A corrente, materiale e spessore fissati, raddoppiare il campo raddoppia il segnale. A parità di tutto il resto, dimezzare lo spessore lo raddoppia. La larghezza si semplifica: allargare la lamina riduce la velocità di deriva per la stessa corrente, ma aumenta la distanza fra i contatti nella stessa proporzione.

La cancellazione di w non significa che la geometria reale sia irrilevante. Contatti mal posizionati, campi non uniformi e campioni non ideali possono modificare la misura.

Un esempio svolto

Consideriamo un campione ideale con portatori negativi: $I = 8,0 \text{ mA}$, $B = 0,30 \text{ T}$, $n = 5,0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, $t = 0,50 \text{ mm}$. Questi sono parametri didattici, non le specifiche di un dispositivo commerciale.

Convertiamo prima le unità: $I = 8,0 \times 10^{-3} \text{ A}$ e $t = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}$. Allora:

$$|V_H| = (8,0 \times 10^{-3} \times 0,30) / (5,0 \times 10^{22} \times 1,60 \times 10^{-19} \times 5,0 \times 10^{-4}) \text{ V} = 6,0 \times 10^{-4} \text{ V} = 0,60 \text{ mV}.$$

Con i versi e i contatti fissati nella sezione 2, V_H è positivo. Non lo deduciamo dal solo modulo: lo sappiamo perché gli elettroni si accumulano in basso.

5. Che cosa ci dice davvero il segno

Se i portatori fossero positivi, si muoverebbero verso destra. Con lo stesso campo, la forza magnetica li spingerebbe ancora verso il basso. Questa volta, però, il bordo basso diventerebbe positivo: la tensione $V_{\text{alto}} - V_{\text{basso}}$ sarebbe negativa.

Situazione, con corrente a destra e campo uscente	Carica che si accumula in basso	Segno di $V_{\text{alto}} - V_{\text{basso}}$
Portatori negativi	Negativa	Positivo
Portatori positivi	Positiva	Negativo

Scambiare i puntali inverte la lettura senza cambiare il campione. Anche invertire soltanto il campo oppure soltanto la corrente inverte il contributo Hall. Invertirli entrambi lo lascia invariato.

Perciò la frase «una tensione Hall positiva dimostra che i portatori sono positivi» non è una regola universale: manca la convenzione dei collegamenti. Nei libri possono comparire segni diversi perché sono scelte differenze di potenziale o direzioni diverse.

Nei semiconduttori si descrive anche la conduzione tramite **lacune**, ossia assenze di elettroni che si comportano come portatori positivi. La formula utilizzata qui assume un solo tipo di portatore. Se contribuiscono più tipi di portatori, con mobilità diverse, il segno non identifica necessariamente la specie più numerosa e la formula semplice non restituisce automaticamente la densità reale totale.

6. Da fenomeno a strumento

Una sonda Hall usa una corrente controllata e una tensione laterale per ricavare il campo magnetico. Nel modello ideale, se conosciamo n e t , possiamo scrivere $\mathbf{B} = n e t |\mathbf{V}_H| / \mathbf{I}$. Nelle sonde reali si usa una taratura: il segnale viene amplificato e può dipendere anche dalla temperatura e dall'orientamento.

Un sensore Hall permette, per esempio, di rilevare il passaggio di un magnete. Un sensore digitale può fornire una commutazione, non una tensione proporzionale al campo accessibile direttamente. Non tutti i componenti con la scritta "Hall" si comportano quindi come una lamina nuda collegata al voltmetro.

Non è necessario riprodurre in classe esperimenti universitari con correnti elevate. In un metallo la densità dei portatori è grande e il segnale può essere piccolissimo. Aumentare arbitrariamente la corrente per renderlo visibile può surriscaldare il campione: non è una procedura proposta da questa attività.

7. Attività: un segnale nascosto sotto una tensione di fondo

Dati interamente sintetici, costruiti per l'attività; nessuna misura sperimentale è stata eseguita. Non sono dati di una classe né valori certificati di un sensore reale.

Per il campione dell'esempio manteniamo $I = 8,0 \text{ mA}$ e $t = 0,50 \text{ mm}$. I contatti e il verso della corrente restano quelli della sezione 2; ora B può avere segno: positivo significa campo uscente, negativo campo entrante. Il voltmetro registra V_{mis} , che contiene il segnale Hall più una tensione di fondo costante.

B (T)	V_{mis} (mV)
-0,40	-0,65
-0,20	-0,25
0,00	0,15
+0,20	0,55
+0,40	0,95

1. Disegna V_{mis} in funzione di B , indicando le unità sugli assi. Il grafico passa per l'origine? Che cosa suggerisce il valore a $B = 0$?
2. Calcola la pendenza con due punti lontani. Scrivi la relazione fra V_{mis} e B , con le unità.
3. Per $B = 0,40 \text{ T}$, calcola $V_{\text{dispari}} = [V_{\text{mis}}(+B) - V_{\text{mis}}(-B)] / 2$. Confrontala con la lettura singola a campo positivo.
4. Spiega perché questa combinazione cancella un offset che non cambia quando si inverte il campo. Quale ipotesi smetterebbe di valere se lo strumento si scaldasse fra le due letture?
5. Dal modulo della pendenza S ricava n con $n = I / (e t S)$. Prima di sostituire, esprimi S in V/T.

Organizzazione possibile: 10 minuti individuali per il grafico, 15 minuti a coppie per le domande, 10 minuti di confronto. Non collegare alimentatori o magneti: l'attività qui proposta è di analisi dati. Un'eventuale dimostrazione con un kit didattico richiede un protocollo separato del docente e il rispetto delle istruzioni del costruttore.

8. Esercizi

Per tutti i calcoli numerici usa $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e il modello a un solo tipo di portatore. I parametri assegnati sono ideali.

1. Due tensioni diverse. Un compagno misura la tensione fra l'ingresso e l'uscita della corrente e la chiama tensione Hall. Qual è l'errore? Dove andrebbero posti i contatti?

2. Il lato negativo. Nella geometria della sezione 2 i portatori sono elettroni. Indica il bordo dove si accumulano e il segno del voltmetro. Che cosa accade alla lettura se il solo campo diventa entrante? Motiva senza usare soltanto una formula.

3. Cambiare il campione. Nel caso dell'esempio svolto, lo spessore viene dimezzato e la corrente resta uguale. Calcola il nuovo modulo della tensione. Se invece raddoppiasse soltanto la larghezza, che cosa prevedrebbe il modello?

4. Risalire al campo. Un campione con $n = 5,0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, $t = 0,50 \text{ mm}$ e $I = 8,0 \text{ mA}$ presenta un segnale Hall già corretto dall'offset di modulo $0,40 \text{ mV}$. Quanto vale il modulo del campo?

5. Un metallo difficile da misurare. Per un campione ideale con $n = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $I = 0,50 \text{ A}$, $B = 0,40 \text{ T}$ e $t = 0,10 \text{ mm}$, calcola il modulo della tensione Hall. Uno strumento la cui più piccola variazione visualizzata è $1 \text{ } \mu\text{V}$ può risolverla direttamente in modo convincente?

6. Velocità di deriva e campo laterale. Per il campione dell'esempio svolto prendi $w = 1,0 \text{ cm}$. Calcola A , v_d ed E_H . Verifica che $E_H w$ restituisca la tensione già trovata.

7. Quattro inversioni. Partendo dalla lettura Hall positiva dell'esempio, prevedi il segno del solo contributo Hall quando: a) scambi i puntali; b) inverti la sola corrente; c) inverti solo B ; d) inverti sia corrente sia B , senza scambiare i puntali. Un offset strumentale deve necessariamente seguire gli stessi cambiamenti?

8. Una conclusione troppo rapida. Una relazione afferma: «Il grafico è una retta, quindi abbiamo provato che il materiale contiene soltanto elettroni e che non esistono errori sistematici». Scrivi due obiezioni e indica un controllo utile.

9. Soluzioni commentate dell'attività

- 1-2.** I punti stanno su una retta che non passa per l'origine. A campo nullo la lettura è 0,15 mV: nel modello assegnato è l'offset. La pendenza è $[0,95 - (-0,65)] \text{ mV} / [0,40 - (-0,40)] \text{ T} = \mathbf{2,00 \text{ mV/T}}$. La relazione è $\mathbf{V_{mis} = (2,00 \text{ mV/T}) B + 0,15 \text{ mV}}$, con B espresso in tesla.
- 3.** La parte dispari è $[0,95 - (-0,65)] / 2 \text{ mV} = \mathbf{0,80 \text{ mV}}$. La lettura singola 0,95 mV include anche l'offset e sovrastima il segnale Hall in questo esempio.
- 4.** Se $V_{mis}(+B) = V_H(+B) + V_0$ e $V_{mis}(-B) = -V_H(+B) + V_0$, la sottrazione elimina V_0 . Dividere per due restituisce il contributo a campo positivo. La correzione richiede stesso modulo del campo, stessa corrente e fondo invariato. Se la temperatura cambia, l'offset o la sensibilità potrebbero cambiare: non tutti gli errori vengono cancellati.
- 5.** $S = 2,00 \times 10^{-3} \text{ V/T}$. Quindi $\mathbf{n = 0,0080 / (1,60 \times 10^{-19} \times 5,0 \times 10^{-4} \times 2,00 \times 10^{-3}) \text{ m}^{-3} = 5,0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}}$. È la densità del modello assegnato, non una misura sperimentale reale. La tabella è volutamente priva di rumore; una serie reale richiederebbe anche un'analisi delle incertezze.

10. Soluzioni commentate degli esercizi

- 1.** Fra ingresso e uscita si misura soprattutto una caduta di tensione longitudinale, associata alla corrente nel campione. La tensione Hall va cercata fra bordi opposti trasversali alla corrente, con contatti idealmente alla stessa posizione lungo la lamina. Un disallineamento può aggiungere una parte della caduta longitudinale.
- 2.** Con il campo uscente, gli elettroni si accumulano al bordo basso: il bordo alto è a potenziale maggiore e il voltmetro legge positivo. Invertendo B, la forza magnetica cambia verso, gli elettroni si accumulano in alto e la lettura Hall diventa negativa. Il segno della carica non è cambiato.
- 3.** Poiché il modulo è inversamente proporzionale a t , si passa da 0,60 mV a **1,2 mV**. Raddoppiare soltanto w , a corrente fissata, lascia il valore **0,60 mV** nel modello ideale: la velocità di deriva si dimezza e la distanza laterale raddoppia.
- 4.** Dalla formula inversa, $\mathbf{B = n e t |V_H| / I = 0,20 \text{ T}}$. Occorre usare $0,40 \text{ mV} = 4,0 \times 10^{-4} \text{ V}$. Il solo modulo della tensione non stabilisce il verso del campo senza altre informazioni.
- 5.** Con $t = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}$ risulta $\mathbf{|V_H| \approx 1,5 \times 10^{-7} \text{ V} = 0,15 \text{ } \mu\text{V}}$. Il segnale è inferiore alla variazione visualizzata di $1 \text{ } \mu\text{V}$: lo strumento non lo risolve direttamente in modo convincente. Inoltre la risoluzione non esaurisce l'accuratezza: contano rumore e offset. Non si risolve il problema aumentando la corrente senza limiti.
- 6.** $A = 1,0 \times 10^{-2} \times 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \mathbf{5,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$. La velocità media è $\mathbf{v_d = I/(n e A) = 0,20 \text{ m/s}}$. Il campo laterale ha modulo $\mathbf{E_H = v_d B = 0,060 \text{ V/m}}$. Moltiplicando per w si trova $\mathbf{6,0 \times 10^{-4} \text{ V} = 0,60 \text{ mV}}$. Una velocità di deriva non è la velocità di propagazione del segnale elettrico.

7. I segni sono: **a) negativo; b) negativo; c) negativo; d) positivo**. Scambiare i puntali cambia il segno di ogni differenza di potenziale misurata fra quei due contatti. Invertire I o B cambia il contributo Hall, ma un offset interno allo strumento o un altro segnale spurio non deve per forza seguire la stessa legge.

8. Una retta non esclude un offset costante: cambia l'intercetta ma non la linearità. Inoltre la linearità non prova che esista un unico tipo di portatore: alcuni regimi con più contributi possono apparire lineari. Un controllo utile è invertire il campo a corrente fissata e confrontare la parte dispari con la lettura non corretta; non basta comunque a certificare da solo il modello microscopico.

11. Da ricordare, senza scorciatoie

L'effetto Hall nasce da una separazione trasversale di carica. In regime stazionario, nel modello semplice, forza elettrica e forza magnetica laterali si bilanciano. Il modulo è $|V_H| = I B / (n e t)$: lo spessore è nella direzione del campo, mentre i contatti misurano attraverso la larghezza. Il segno ha senso solo dopo aver fissato versi e collegamenti. Un buon grafico aiuta a interpretare il fenomeno, ma non sostituisce la discussione delle ipotesi e degli errori.

Fonti per approfondire

- **S. J. Ling, J. Sanny, W. Moebis, University Physics Volume 2, OpenStax, edizione 2016.** §11.6, [“The Hall Effect”](#): figura 11.17 e formule 11.24–11.30 per il bilancio delle forze, la tensione e la polarità; esempio 11.9 per l'ordine di grandezza del segnale in un metallo. Le convenzioni dei segni della fonte vanno lette insieme alla sua figura.
- **R. Nave, HyperPhysics, Georgia State University, versione web senza data o numero di edizione dichiarati.** [“Hall Effect”](#): sezioni “Hall Effect”, “Hall Voltage for Positive Charge Carriers”, “Hall Probe” e “Charge Carriers in the Hall Effect”, per la derivazione del modulo e le applicazioni.
- **G. Bradley Armen, Hall Effect Experiment, University of Tennessee, aprile 2007, copia ospitata da Rutgers.** [Manuale PDF](#): §1 per la geometria; pagina PDF 12 per l'offset dovuto al disallineamento dei contatti; pagina PDF 15, “Analysis”, punto 1, per pendenza e intercetta. È un manuale universitario di approfondimento, non un protocollo da eseguire autonomamente in classe.

Testo, domande e dati dell'attività sono elaborati per questa lezione; non sono una traduzione degli esercizi delle fonti.

Revisione docente e prova in classe: aperte