

# Dilatazione termica: perché un ponte ha bisogno di spazio

Fisica · Scuola superiore

## In breve

Un corpo può cambiare dimensioni quando cambia la sua temperatura, anche senza fondere o ricevere una spinta dall'esterno. Per molti solidi, entro un intervallo di temperatura limitato, l'allungamento dipende dal materiale, dalla lunghezza iniziale e dalla variazione di temperatura. La stessa idea spiega i giunti nei ponti, l'aumento di volume di un blocco e un fatto meno intuitivo: scaldando uniformemente una piastra libera, anche il suo foro si allarga. Impariamo a calcolare questi effetti e a riconoscere quando il modello non basta.

## Prima di cominciare

Servono proporzioni, potenze di dieci, conversioni tra metri e millimetri e semplici equazioni di primo grado. Alla fine saprai distinguere allungamento e lunghezza finale, usare il segno della variazione di temperatura e ragionare su superfici, volumi e spazi di dilatazione. Le parti su area e densità sono un approfondimento rispetto al percorso lineare.

## 1. Che cosa si dilata davvero?

Tra due porzioni di un ponte può esserci un giunto: uno spazio o un dispositivo che permette movimenti controllati. Non è un difetto da eliminare. La struttura cambia temperatura durante il giorno e nel corso dell'anno; se può muoversi, cambia leggermente lunghezza. Senza spazio sufficiente, i vincoli possono produrre sforzi e deformazioni.

Nei solidi gli atomi non sono immobili: oscillano attorno a posizioni di equilibrio. Per molti materiali, scaldare significa aumentare l'agitazione e, per l'asimmetria delle interazioni tra particelle, anche la loro distanza media. Non è necessario immaginare che ogni atomo diventi più grande. E non basta dire «le particelle si muovono di più»: un'oscillazione perfettamente simmetrica, da sola, non spiegherebbe l'aumento della distanza media. [Fonte 1, apertura del §1.3.]

La **dilatazione termica** è il cambiamento delle dimensioni legato al cambiamento di temperatura. Non è la stessa cosa del calore scambiato: per calcolare una variazione dimensionale non usiamo il calore specifico. Qui supponiamo di conoscere già la temperatura iniziale e quella finale; non calcoliamo l'energia necessaria a raggiungerle.

## 2. La legge lineare e le sue condizioni

Consideriamo un'asta omogenea, libera di dilatarsi, che raggiunge una temperatura uniforme. Chiamiamo  $L_0$  la sua lunghezza alla temperatura iniziale  $T_0$  e  $L$  la lunghezza finale. Nel modello lineare:

$$\Delta T = T - T_0$$

$$\Delta L \approx \alpha L_0 \Delta T$$

$$L \approx L_0(1 + \alpha \Delta T)$$

Il simbolo  $\alpha$ , «alfa», è il **coefficiente di dilatazione lineare** del materiale. Si misura in  $K^{-1}$ , cioè «uno su kelvin». Il prodotto  $\alpha\Delta T$  è senza unità: rappresenta l'allungamento relativo  $\Delta L/L_0$ . Un coefficiente di  $12 \times 10^{-6} K^{-1}$  indica, nel modello, 12 milionesimi della lunghezza iniziale per ogni kelvin di aumento della temperatura. [Fonte 1, “Linear Thermal Expansion”, eq. 1.2; Fonte 2, sezione sulla dilatazione lineare.]

Una differenza di  $1^\circ C$  ha la stessa ampiezza di una differenza di  $1 K$ . Passare da  $10^\circ C$  a  $50^\circ C$  significa dunque  $\Delta T = 40 K$ . Non si aggiunge 273,15 a una differenza di temperatura. Il controllo delle unità è  $K^{-1} \times m \times K = m$ .

Per  $\alpha$  positivo, il riscaldamento dà  $\Delta L$  positivo; il raffreddamento dà  $\Delta L$  negativo.  **$\Delta L$  non è  $L$** : se una barra si allunga di qualche millimetro, la sua lunghezza finale è quella iniziale più quei millimetri.

### I coefficienti usati in questa lezione

| Materiale       | $\alpha$ adottato, $K^{-1}$ |
|-----------------|-----------------------------|
| Ferro o acciaio | $12 \times 10^{-6}$         |
| Rame            | $17 \times 10^{-6}$         |
| Ottone          | $19 \times 10^{-6}$         |
| Alluminio       | $25 \times 10^{-6}$         |

Sono valori rappresentativi della **tabella 1.2 della Fonte 1**, non costanti universali di ogni lega. Negli esercizi li consideriamo costanti nell'intervallo indicato. I dati sono didattici: le cifre intermedie servono a ricostruire i calcoli, non dichiarano la precisione di una misura reale.

L'approssimazione richiede che  $|\alpha\Delta T|$  **sia molto minore di 1** e che il coefficiente non cambi troppo nell'intervallo. Inoltre escludiamo cambi di fase, deformazioni plastiche e gradienti di temperatura importanti. La formula descrive la dilatazione libera: non garantisce lo stesso allungamento quando l'asta è bloccata da entrambi i lati.

### 3. Primo esempio: una trave al sole

Una trave d'acciaio è lunga 12,0 m a  $10^\circ C$ . Quale allungamento prevede il modello quando tutta la trave raggiunge  $50^\circ C$ , se può dilatarsi liberamente?

Prima calcoliamo la differenza, non usiamo direttamente 50:

$$\Delta T = 50 - 10 = 40 K.$$

$$\Delta L \approx (12 \times 10^{-6}) \times 12,0 \times 40 m = 0,00576 m = 5,76 mm.$$

La lunghezza finale è quindi  $L \approx 12,00576 m$ , circa 12,006 m. Il rapporto  $\Delta L/L_0$  è 0,00048: l'aumento è appena lo 0,048%, ma in una struttura può contare. Un cambiamento relativo piccolo non è necessariamente trascurabile per il funzionamento di un oggetto.

Questo calcolo non dimensiona un ponte reale: servono anche vincoli, temperature di progetto, materiali, geometria, tolleranze e norme tecniche. [Fonte 1, figura 1.5 e sezione “Thermal Stress”.]

## 4. Il foro si allarga o si restringe?

Immagina una piastra metallica con un foro circolare. Se scaldi uniformemente tutta la piastra e la lasci libera, **il foro si allarga**. Non ragionare come se il metallo dovesse necessariamente avanzare verso il centro.

Per capirlo, immagina di rimettere nel foro il dischetto che era stato asportato, dello stesso materiale e alla stessa temperatura. Durante una dilatazione uniforme e libera, il dischetto crescerebbe insieme al resto della piastra. Togliendolo di nuovo, lo spazio lasciato deve essere più grande. Tutte le distanze, compreso il diametro del foro, cambiano dello stesso fattore nel modello isotropo, cioè senza direzioni privilegiate. [Fonte 1, “Thermal Expansion in Two and Three Dimensions”, figura 1.7.]

### Secondo esempio: un anello di ottone

Il foro di un anello di ottone ha diametro iniziale  $d_0 = 20,00 \text{ mm}$  a  $20^\circ\text{C}$ . L'anello, libero, viene portato uniformemente a  $120^\circ\text{C}$ .

$$\Delta T = 100 \text{ K.}$$

$$\Delta d \approx \alpha d_0 \Delta T = (19 \times 10^{-6}) \times 20,00 \times 100 \text{ mm} = \mathbf{0,038 \text{ mm.}}$$

Il diametro finale è  $d \approx \mathbf{20,038 \text{ mm}}$ . Abbiamo usato direttamente i millimetri: è lecito perché il prodotto  $\alpha \Delta T$  è senza unità e il risultato resta nella stessa unità di  $d_0$ . Se invece si scalda solo una zona o si impongono vincoli, questa semplice descrizione può non valere.

## 5. Dalla lunghezza alla superficie e al volume

Una lastra isotropa e libera si dilata in due direzioni. Se ognuna delle due dimensioni viene moltiplicata per  $(1 + \alpha \Delta T)$ , l'area viene moltiplicata per  $(1 + \alpha \Delta T)^2$ . Sviluppando il quadrato e trascurando il termine piccolo  $(\alpha \Delta T)^2$ , otteniamo:

$$\Delta A \approx 2\alpha A_0 \Delta T.$$

Per il volume di un solido isotropo intervengono tre direzioni. Il prodotto dei tre fattori dà  $(1 + \alpha \Delta T)^3$ . Trascurando i termini di secondo e terzo ordine:

$$\Delta V \approx 3\alpha V_0 \Delta T.$$

Si usa anche un coefficiente volumico  $\beta$ , «beta», scrivendo  $\Delta V \approx \beta V_0 \Delta T$ . Nella descrizione lineare dei solidi isotropi,  $\beta \approx 3\alpha$ . Non significa che si debba moltiplicare l'allungamento di un'asta per tre: area e volume hanno proprie dimensioni iniziali e proprie unità. [Fonte 1, eq. 1.3–1.4 e figura 1.7; Fonte 2, sezione sulla dilatazione volumica.]

### Terzo esempio: un blocco di alluminio

Un blocco di alluminio ha volume iniziale  $V_0 = 200 \text{ cm}^3$  a  $20^\circ\text{C}$ . Si scalda liberamente fino a  $80^\circ\text{C}$ . Adottiamo  $\beta = 3\alpha = 75 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

$$\Delta V \approx (75 \times 10^{-6}) \times 200 \times 60 \text{ cm}^3 = \mathbf{0,90 \text{ cm}^3}.$$

Il volume finale è  $V \approx 200,90 \text{ cm}^3$ . La massa non cambia se non entra né esce materia. Di conseguenza la densità  $\rho = m/V$  diminuisce, anche se il materiale resta lo stesso.

Per i liquidi si usa direttamente il coefficiente volumico: la loro forma dipende dal recipiente e non si assegna una lunghezza propria come a un'asta. Inoltre non tutte le sostanze aumentano sempre di volume quando si scaldano: l'acqua liquida, a pressione atmosferica, tra circa 0 e 4 °C si contrae scaldandosi. La densità è massima vicino a 4 °C. Non estendere quindi un coefficiente positivo costante a qualsiasi materiale e temperatura. [Fonte 1, figura 1.8.]

## 6. Quanto spazio si chiude in un giunto?

La risposta dipende da **quali estremi possono muoversi**. Se una sola barra ha un estremo fisso e l'altro rivolto verso un varco, il varco si riduce dell'allungamento di quella barra. Se due barre hanno gli estremi esterni fissi e quelli interni affacciati sullo stesso varco, entrambe avanzano verso il varco: bisogna sommare i due allungamenti.

Finché resta spazio, il modello può descrivere una dilatazione praticamente libera lungo le barre. Quando si toccano, non si continua a calcolare un «varco negativo»: il contatto cambia il problema e possono nascere sforzi. Se invece una barra è già bloccata a entrambi gli estremi, la lunghezza può restare quasi invariata mentre aumenta la sollecitazione interna. Per calcolarla servono proprietà elastiche e un modello dei vincoli, non la sola legge dell'allungamento libero. [Fonte 1, "Thermal Stress".]

## 7. Esercizi da provare

Usa i coefficienti della tabella. Salvo diversa indicazione, i corpi sono omogenei, isotropi, a temperatura uniforme e liberi di dilatarsi; non cambiano fase. Prima di guardare le soluzioni, scrivi formula e unità.

### 1 — Un filo di rame

Un filo lungo 2,00 m a 15 °C raggiunge 65 °C. Calcola l'allungamento e la lunghezza finale.

### 2 — Il segno nel raffreddamento

Una barra d'acciaio misura 4,00 m a 80 °C. Viene raffreddata a 20 °C. Calcola  $\Delta L$  e  $L$ . Che cosa significa il segno ottenuto?

### 3 — Risalire al coefficiente

Una barra lunga 1,50 m aumenta di 0,60 mm quando la sua temperatura cresce di 40 K. Stima  $\alpha$ . Puoi identificare con certezza il materiale soltanto con questo dato?

### 4 — Una barra davanti a un ostacolo

Una barra d'acciaio lunga 4,00 m a 15 °C ha l'estremo sinistro fisso; quello destro dista 3,00 mm da un ostacolo immobile. La barra si scalda uniformemente e si dilata verso destra. Quale aumento di temperatura chiuderebbe il varco? Qual è la corrispondente temperatura finale? Il modello libero vale ancora dopo il contatto?

### 5 — Non dimenticare la seconda direzione

Una lastra d'alluminio misura 0,400 m  $\times$  0,300 m. La sua temperatura aumenta di 80 K. Stima l'aumento di area e l'area finale nel modello al primo ordine.

### 6 — Volume e densità

Un blocco di alluminio ha volume iniziale 500 cm<sup>3</sup> e massa 1350 g. Si scalda di 40 K. Con  $\beta = 75 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , calcola l'aumento di volume, il volume finale e la densità finale. Confrontala con quella iniziale.

### 7 — Due barre, un solo varco

Due barre d'acciaio, lunghe ciascuna 6,00 m alla temperatura iniziale, sono allineate. Gli estremi esterni sono fissati a supporti immobili, quelli interni sono liberi e separati da un varco di 8,00 mm. La temperatura di entrambe aumenta di 40 K. Quanto spazio resta prima di un eventuale contatto? Trascura attriti e spostamenti dei supporti.

### 8 — Correggere una spiegazione

«Scaldando una piastra d'alluminio il metallo si espande verso il foro e lo chiude». Spiega l'errore nel caso di riscaldamento uniforme e dilatazione libera. Se il diametro iniziale è 30,00 mm e  $\Delta T = 60 \text{ K}$ , quale diametro finale prevede il modello?

## 8. Soluzioni commentate

### 1 — Rame

$\Delta T = 65 - 15 = 50$  K. Pertanto  $\Delta L \approx (17 \times 10^{-6}) \times 2,00 \times 50 \text{ m} = \mathbf{0,00170 \text{ m} = 1,70 \text{ mm}}$ . La lunghezza finale è  $L \approx \mathbf{2,00170 \text{ m}}$ . Il risultato è positivo e piccolo rispetto a 2 m, come ci aspettiamo. Scrivere 1,70 m confonderebbe millimetri e metri.

### 2 — Raffreddamento

$\Delta T = 20 - 80 = -60$  K. Quindi  $\Delta L \approx (12 \times 10^{-6}) \times 4,00 \times (-60) \text{ m} = \mathbf{-0,00288 \text{ m} = -2,88 \text{ mm}}$ .  $L \approx \mathbf{3,99712 \text{ m}}$ . Il segno meno descrive un accorciamento: non una lunghezza finale negativa. La lunghezza iniziale di riferimento è quella fornita a 80 °C.

### 3 — Coefficiente ignoto

Convertiamo 0,60 mm in 0,00060 m. Dalla legge lineare:

$$\alpha \approx \Delta L / (L_0 \Delta T) = 0,00060 / (1,50 \times 40) \text{ K}^{-1} = \mathbf{1,0 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}}.$$

Il valore corrisponde a  $10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Non identifica da solo il materiale: leghe diverse possono avere coefficienti simili e una misura reale richiede anche intervallo termico e incertezza. La tabella non è un sistema di riconoscimento univoco.

### 4 — Primo contatto

Il contatto avviene quando l'allungamento libero raggiunge 0,00300 m:

$$\Delta T \approx 0,00300 / [(12 \times 10^{-6}) \times 4,00] \text{ K} = \mathbf{62,5 \text{ K}}.$$

La temperatura è dunque  $T \approx 15 + 62,5 = \mathbf{77,5 \text{ °C}}$ . Questa è una soglia del modello ideale, non una temperatura di sicurezza. Dopo il contatto non si può proseguire la descrizione come se l'estremo destro restasse libero: entrano in gioco deformazioni e forze di vincolo.

### 5 — Area

$A_0 = 0,400 \times 0,300 = \mathbf{0,120 \text{ m}^2}$ . Al primo ordine:

$$\Delta A \approx 2 \times (25 \times 10^{-6}) \times 0,120 \times 80 \text{ m}^2 = \mathbf{0,000480 \text{ m}^2 = 4,80 \text{ cm}^2}.$$

L'area finale è  $A \approx \mathbf{0,120480 \text{ m}^2}$ . La conversione usa  $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ . Usare il solo  $\alpha$  al posto di  $2\alpha$  dimenticherebbe che crescono entrambe le dimensioni. Il prodotto dei due fattori lineari includerebbe anche un termine di secondo ordine, trascurato qui.

### 6 — Densità

$$\Delta V \approx (75 \times 10^{-6}) \times 500 \times 40 \text{ cm}^3 = \mathbf{1,50 \text{ cm}^3}; V \approx \mathbf{501,50 \text{ cm}^3}.$$

La massa resta 1350 g. Quindi  $\rho$  finale  $\approx 1350/501,50 = \mathbf{2,692 \text{ g/cm}^3}$ , mentre  $\rho$  iniziale =  $1350/500 = \mathbf{2,700 \text{ g/cm}^3}$ . La densità diminuisce perché il volume aumenta a massa costante. Il rapporto è calcolato sul volume approssimato: le cifre aggiuntive non rendono più accurato il modello.

### 7 — Sommare gli avvicinamenti

Ogni barra si allunga di  $(12 \times 10^{-6}) \times 6,00 \times 40 \text{ m} = \mathbf{2,88 \text{ mm}}$  verso il varco. La chiusura totale è circa  $\mathbf{5,76 \text{ mm}}$ , non 2,88 mm. Lo spazio residuo è  $\mathbf{8,00 - 5,76 = 2,24 \text{ mm}}$ . Non c'è contatto nel modello: gli estremi esterni fissi fanno avanzare verso il centro entrambi quelli interni.

## 8 — Anche il foro segue la dilatazione

L'errore è immaginare una crescita del solo spessore del bordo verso il centro. In una dilatazione uniforme, libera e isotropa crescono anche le distanze tra punti opposti del bordo, come mostra l'idea del dischetto rimesso al suo posto.

$\Delta d \approx (25 \times 10^{-6}) \times 30,00 \times 60 \text{ mm} = \mathbf{0,045 \text{ mm}}$ ;  $d \approx \mathbf{30,045 \text{ mm}}$ . Non è una regola da applicare senza controllare riscaldamento uniforme e assenza di vincoli.

### Da ricordare

Prima stabilisci che cosa può muoversi, poi calcola  $\Delta T$  come finale meno iniziale. Scegli la dimensione iniziale giusta: lunghezza, area o volume. Controlla unità e segno e aggiungi la variazione al valore iniziale. Soprattutto, non confondere una previsione di dilatazione libera con una verifica strutturale: uno spazio che si chiude o un corpo bloccato richiedono un modello diverso.

### Fonti per approfondire

**1. OpenStax, Rice University — *University Physics Volume 2*, §1.3, “Thermal Expansion”.** [Testo completo](#). Locatori: apertura sul modello microscopico; eq. 1.2 per la dilatazione lineare; tabella 1.2 per i coefficienti adottati; eq. 1.3–1.4 e figura 1.7 per area, volume e foro; figura 1.8 per l'acqua; sezione “Thermal Stress” per i vincoli.

**2. Georgia State University — HyperPhysics, “Linear Expansion”, “Area Expansion” e “Volume Expansion”.** [Dilatazione lineare](#) e [area e volume](#). Locatori: “Linear Expansion”, relazioni  $\Delta L/L_0 = \alpha \Delta T$ ; “Area Expansion”, schema del foro e sviluppo di  $(1 + \alpha \Delta T)^2$ ; “Volume Expansion”, sviluppo di  $(1 + \alpha \Delta T)^3$  con eliminazione dei termini superiori. È una fonte indipendente da OpenStax. I coefficienti numerici della lezione provengono esclusivamente dalla tabella 1.2 della Fonte 1.